



بازی با کارت های رقمها

محرم ایرد موسی



فرض کنید ۱۰ کارت در اختیار دارید که روی آن‌ها رقم‌های ۱، ۰، ... و ۹ نوشته شده‌اند. چه مسئله‌هایی را به کمک این کارت‌ها می‌توان طرح کرد؟ نمونه اول را از کتاب ریاضی ششم ذکر می‌کنیم.

۱. کوچک‌ترین عدد ۱۰ رقمی، بزرگ‌ترین عدد ۱۰ رقمی فرد و کوچک‌ترین عدد شش رقمی زوج را که با این کارت‌ها می‌توان ساخت بنویسید.

راه حل: کوچک‌ترین عدد ۱۰ رقمی برابر ۱۰۲۳۴۵۶۷۸۹، بزرگ‌ترین عدد ۱۰ رقمی فرد برابر ۹۸۷۶۵۴۳۲۱ و کوچک‌ترین عدد شش رقمی زوج برابر ۱۰۲۳۴۶ خواهد بود.

۲. دو عدد پنج رقمی با این ۱۰ کارت بسازید به طوری که مجموعشان کمترین مقدار ممکن باشد.

$$\square\square\square\square\square + \square\square\square\square\square$$

راه حل: رقم‌های کوچک‌تر را باید در مرتبه‌های بالاتر قرار دهیم. این نکته را هم توجه کنیم که صفر نمی‌تواند رقم دهگان هزار باشد. پس به پاسخ زیر ممکن است برسیم:

$$\boxed{10468} + \boxed{23579}$$

تمرین ۱. آیا می‌توانید استدلالی بیاورید که چرا این پاسخ کمترین مقدار مجموع دو عدد پنج رقمی را خواهد داد؟

تمرین ۲. آیا جواب‌های دیگری وجود دارند؟ راهنمایی: در واقع ۱۶ جواب متفاوت برای مسئله وجود دارد. سعی کنید چندتایی از آن‌ها را بیابید.

تمرین ۳. اگر در مسئله ۲ به جای کوچک‌ترین مجموع ممکن، بزرگ‌ترین مقدار مجموع دو عدد پنج رقمی را می‌خواست، پاسخ چه بود؟ مسئله چند جواب دارد؟

تمرین ۴. با این کارت‌ها پنج عدد دو رقمی بسازید، به طوری که مجموع این پنج عدد دو رقمی بیشترین مقدار ممکن باشد. اگر بخواهیم مجموع پنج عدد دو رقمی کمترین مقدار ممکن باشد، پاسخ چیست؟

۳. با کارت‌های ۱ تا ۴، دو عدد دو رقمی بسازید که حاصل ضرب آن‌ها بیشترین مقدار ممکن باشد.

راه حل: اگر ab و cd دو عدد دو رقمی باشند، آنگاه:

$$\begin{aligned} ab \times cd &= (10a + b)(10c + d) \\ &= 100ac + 10(ad + bc) + bd \end{aligned}$$

چون ضرب ac از همه بزرگ‌تر است ترجیح دارد ac بیشترین مقدار ممکن، یعنی 4×3 باشد. پس داریم: $a=4$ و $c=3$. در نتیجه:

$$ab \times cd = 1200 + 40d + 30b + bd$$

برای b و d دو مقدار ۱ و ۲ را داریم. ضرب بزرگ‌تر است، پس: $d=2$ و $b=1$. در نتیجه دو عدد برابر ۴۱ و ۳۲ و بیشترین مقدار

تصویرگر: سپاس میبخشیم موسی

حاصل ضرب برابر ۱۳۱۲ است.

تمرین ۵. با کارت‌های ۱ تا ۶ دو عدد سه رقمی بسازید که حاصل ضرب آن‌ها بیشترین مقدار ممکن باشد.

نکته: آیا می‌توانید این مسئله را به مسئله قبل ربط دهید؟

تمرین ۶. با کارت‌های ۱ تا ۸ دو عدد چهار رقمی بسازید که حاصل ضرب آن‌ها بیشترین مقدار ممکن باشد. سعی کنید در حل این مسئله از تمرین ۵ کمک بگیرید.

تمرین ۷. در مسئله‌های این بخش اگر به جای بیشترین مقدار ممکن به دنبال کمترین مقدار ممکن بودیم، پاسخ مسئله‌ها چه تغییری می‌کرد؟

تمرین ۸. اگر با کارت‌های ۱ تا ۶ بخواهیم سه عدد دو رقمی بسازیم، به طوری که



۱، ۲ و ۳ باشند. اگر مخرج مشترک بگیریم داریم:

$$\frac{a}{4} + \frac{b}{5} + \frac{c}{6} = \frac{15a + 12b + 10c}{60}$$

برای آنکه این کسر کمترین مقدار ممکن باشد بهتر است a که ضریب بزرگتری دارد عدد کوچکتری باشد. پس: $a=1$ و به طور مشابه: $b=2$ و $c=3$. در نتیجه جواب $\frac{1}{4} + \frac{2}{5} + \frac{3}{6}$ است.

تمرین ۸. اگر به دنبال بیشترین مقدار ممکن در مسئله فوق بودیم پاسخ چه بود؟

تمرین ۹. با کارت‌های ۰ تا ۹، پنج کسر بسازید، به طوری که مجموع آن‌ها بیشترین مقدار ممکن باشد.

۵. به جای مربع‌ها از شش کارت متفاوت استفاده کنید، به طوری که تساوی زیر درست باشد:

$$\frac{\square\square\square}{\square\square\square} = \frac{1}{9}$$

دقت کنید که صورت و مخرج کسر سمت چپ دو عدد سه رقمی هستند.

راه‌حل: ابتدا به این نکته توجه کنید که کوچکترین عدد سه رقمی با رقم‌های متفاوت ۱۰۲ است. بنابراین ۹ برابر آن ۹۱۸ خواهد شد. در نتیجه رقم صدگان مخرج حتماً ۹ است. رقم صدگان صورت هم نمی‌تواند از ۱ بزرگتر باشد (چرا؟). پس:

$$\frac{1\square\square}{9\square\square} = \frac{1}{9}$$

با بررسی مقدارهای دو رقم صورت به جواب‌های زیر می‌رسیم:

$$\frac{103}{927}, \frac{104}{936}, \frac{106}{954}, \frac{107}{963}, \frac{108}{972}$$

تمرین ۱۰. با جای‌گذاری کارت‌های ۰، ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ تساوی زیر را تکمیل کنید:

$$\frac{\square\square}{\square\square} = \frac{\square}{\square}$$

دقت کنید که از هر رقم دقیقاً یک بار استفاده کنید و دو عدد دو رقمی در سمت چپ صورت و مخرج قرار دارند.

فعالیت: کارت‌های فوق (۰ تا ۹) را بسازید. همچنین دو کارت از هر کدام از عمل‌های حسابی +، ×، ÷ و - درست کنید. حال به کمک این کارت‌ها سعی کنید همهٔ عددهای ۱ تا ۱۰ را با کمترین تعداد کارت بسازید. تنها مجاز هستید عددهای یک رقمی داشته باشید. برای مثال ۹۵ را می‌توانید به صورت $3 + 4 \times 5 + 9 \times 8$ بنویسید. آیا می‌توانید ۹۵ را با تعداد کارت‌های کمتری بسازید؟



حاصل ضرب آن‌ها بیشترین مقدار ممکن باشد، پاسخ چیست؟

۴. حالاً می‌خواهیم با کارت‌ها چند کسر بسازیم. فرض کنید می‌خواهیم با کارت‌های ۱ تا ۶، سه کسر بسازیم به طوری که مجموع آن‌ها کمترین مقدار ممکن باشد. صورت و مخرج کسرهارا چگونه انتخاب می‌کنید؟

$$\frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square}$$

راه‌حل: این را می‌دانیم که هر قدر مخرج کسر بزرگتر باشد، کسر کوچکتر خواهد شد. بنابراین بهتر است از رقم‌های ۴، ۵ و ۶ در مخرج کسر استفاده کنیم:

$$\frac{\square}{4} + \frac{\square}{5} + \frac{\square}{6}$$

در ادامه باید مشخص کنیم که با چه ترتیبی ۱، ۲ و ۳ را در صورت کسرهای بنویسیم تا کمترین مقدار ممکن حاصل شود.

فرض کنید $\frac{a}{4} + \frac{b}{5} + \frac{c}{6}$ همان مقدار بالایی و a ، b و c همان رقم‌های

